Aufgabe 1 - Proportionalitäten

a) Welche Eigenschaften hat eine *proportionale* Zuordnung und welche Eigenschaften hat eine *umgekehrt proportionale* Zuordnung? (Was geschieht jeweils bei Ver-n-fachung der einen Größe mit der anderen Größe? Wie lautet jeweils die Zuordnungsvorschrift? Wie sieht jeweils eine typische Wertetabelle aus? Wie sieht jeweils ein typischer Graph aus? Was ist jeweils konstant?)

b) Gib jeweils einen Sachzusammenhang an, bei dem zwei Größen proportional bzw. umgekehrt proportional sind.

c) Gegeben sind die beiden Gleichungen $x \cdot y = 3$ und $\frac{x}{y} = 3$.

   i. Wie ändert sich in der ersten Gleichung der y-Wert, wenn der x-Wert verdoppelt wird?

   ii. Wie ändert sich in der zweiten Gleichung der x-Wert, wenn der y-Wert halbiert wird?

Aufgabe 2 - Funktionen

a) Was versteht man unter

   i. einer *Funktion* und der *Definitionsmenge* einer Funktion?

   ii. dem *Graphen* einer Funktion?

   iii. einer *linearen* und einer *gebrochen-rationalen* Funktion?

   iv. den *Nullstellen* und den *Definitionslücken* einer Funktion?

b) Beschreibe den Graphen der Funktion $f : x \mapsto ax + b\ ;\ x \in \mathbb{R}$, für die Fälle $a = 2{,}5; a = 0; a = -0{,}5; b = 2; b = 0; b = -1{,}5$?

c) Gib die Gleichung einer Geraden mit der Steigung 3 an, die die x-Achse an der Stelle 2 schneidet. In welchem Punkt schneidet diese Gerade die y-Achse?

d) Die Höhe y einer brennenden Kerze wird durch die Gleichung $y = 10 - 0{,}1x$ beschrieben, wobei y in der Einheit cm und x in der Einheit min gemessen wird.

   i. Nach welcher Zeit hat die Kerze noch 40 % ihrer Anfangshöhe?

   ii. Welche Höhe hat die Kerze nach 1,1 Stunden?

   iii. Überprüfe deine Rechenergebnisse am Graphen der Zuordnung $x \mapsto y$.

e) Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{4x + 1}{2x - 1}\ ;\ x \in\ ?$

   i. Bestimme die größtmögliche Definitionsmenge von f.

   ii. An welcher Stelle hat der Graph eine senkrechte Asymptote?

   iii. In welchen Punkten schneidet der Graph die beiden Koordinatenachsen?

   iv. Hat der Graph von f eine waagrechte Asymptote? Wenn ja: Gib ihre Gleichung an.

   v. Franz behauptet, dass der Funktionsterm $f(x)$ von f und der Term $1 + \frac{x + 1}{x - 0{,}5}$ äquivalent sind. Begründe, ob er Recht hat.

Aufgabe 3 - Gleichungen

a) Was versteht man unter einer *linearen Gleichung* und unter der *Lösung* einer Gleichung?

b) Gib eine lineare Gleichung an, die unendlich viele Lösungen besitzt, und eine, die keine Lösung besitzt.

c) Löse die Gleichungen

   i. $2(x - 3) = 0{,}5x - (x + 3)$

   ii. $\frac{3x - 1}{2 - 3x} = \frac{2 + 5x}{6x - 4}$

Aufgabe 4 - Gleichungssysteme

a) Löse graphisch und rechnerisch das Gleichungssystem $x - 2y - 2 = 0$ und $y = -1{,}5x + 1$

b) Gib ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Variablen an,

   i. das keine Lösung besitzt

   ii. das unendlich viele Lösungen besitzt.

   Wie sieht jeweils die graphische Darstellung der Lösungsmenge aus?

Aufgabe 5 - Potenzen

a) Schreibe mit Hilfe von Zehnerpotenzen:
   0,3 km in der Einheit mm   200 mm^2 in der Einheit m^2 12 cm^3 in der Einheit m^3

b) Vereinfache und fasse zusammen: $\frac{(2a^2)^3 \cdot a^{-3}}{a^5} + 2a^{-3} - 3a^{-2}\ ;\ a \neq 0$

Aufgabe 6 - Kreisberechnung

Aus einem Quadrat mit dem Flächeninhalt 4 cm^2 wird ein möglichst großer Kreis herausgeschnitten.

a) Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Restfläche.

b) Wie viel Prozent der Quadratfläche wurden herausgeschnitten?

Aufgabe 7 - Ähnlichkeit

a) Erläutere die Strahlensätze an jeweils einem selbstgewählten Beispiel.
   (Was ist vorausgesetzt? Was wird behauptet?)

b) Welche Eigenschaften haben *ähnliche* Dreiecke und wie kann man am einfachsten die Ähnlichkeit von zwei Dreiecken nachweisen?

Aufgabe 8 - Laplace-Wahrscheinlichkeit

a) Erkläre die Fachbegriffe

   i. *Ergebnis, Ergebnismenge* und *Ereignis* eines Zufallsexperiments.

   ii. *Relative Häufigkeit* eines Ereignisses.

   iii. *Laplace-Experiment* und *Wahrscheinlichkeit* eines Ereignisses.

b) Jede der Zahlen 1, 2, 3 und 4 ist auf jeweils einen der vier gleich großen Sektoren eines Glücksrads geschrieben. Bei der Durchführung eines Zufallsexperiments wird das Glücksrad zweimal gedreht und dann wird die Summe der beiden so erhaltenen Zahlen gebildet.

   i. Peter notiert $\Omega_1 = \{(1;1), (1;2), (2;1), \ldots (4;4)\}$. Susi notiert $\Omega_2 = \{2, 3, 4, \ldots 8\}$.
   Was haben sich Peter und Susi wohl gedacht? Wie viele Elemente enthalten Ω_1 und Ω_2?

   ii. Berechne die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „Die Zahlensumme ist 5." und erläutere deine Rechnung genau.

c) Das Glücksrad wird nun viermal gedreht und mit den vier Zahlen in der Reihenfolge ihres Erscheinens eine vierstellige Zahl gebildet. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

   i. alle Ziffern dieser vierstelligen Zahl verschieden sind.

   ii. diese vierstellige Zahl größer als 3200 ist.

   iii. diese vierstellige Zahl größer als 3200 ist und alle Ziffern verschieden sind.

d) Das Glücksrad mit den vier Zahlen soll nun so verändert werden, dass die Wahrscheinlichkeit für die Zahl 1 und für die Zahl 2 jeweils $\frac{1}{6}$ und die Wahrscheinlichkeit für die Zahl 4 doppelt so groß ist wie die für die Zahl 3. Bestimme die Sektoreinteilung des Glücksrads.